



Carrera: Ingeniería Eléctrica				
Unidad Curricular: CÁLCULO VECTORIAL				Código: CV3
Prelación: CÁLCULO INTEGRAL				Condición: Obligatoria
HT: 3	HP: 2	HL: 0	HTI: 6	Créditos: 3
Ubicación: Tercer Trimestre		Componente: Formación General		Fecha de Aprobación:

HT: Horas teóricas; HP: Horas Prácticas; HL: Horas de Laboratorio; HTI: Horas de Trabajo Independiente

I. JUSTIFICACIÓN

Los fenómenos eléctricos y magnéticos ocurren en el espacio, por lo que para su interpretación, análisis y solución requieren de un modelaje matemático en el espacio tridimensional. Un instrumento matemático ideal que permite comprender, plantear y solucionar problemas a partir de modelos propios, en los cuales el valor de una cantidad puede depender de dos o más valores, como los relacionados con: áreas y volúmenes y campos magnéticos y eléctricos en la materia o en el vacío, es el cálculo vectorial, por aportar a los ingenieros las herramientas necesarias para el estudio de cualquier fenómeno físico tridimensional con criterio científico.

Esta unidad curricular forma parte importante de la formación matemática del estudiante de ingeniería eléctrica, es básica para el estudio del electromagnetismo y otras unidades curriculares del plan de estudio, contribuye con el desarrollo del pensamiento lógico, analítico, deductivo y crítico del alumno, y con las competencias genéricas resolución de problemas, abstracción, análisis y síntesis.

II. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y GENÉRICAS A DESARROLLAR SEGÚN EL PERFIL

La unidad curricular contribuirá al desarrollo de las competencias genéricas y específicas del perfil de egreso que se indican a continuación.

GENÉRICAS	ESPECÍFICAS
-----------	-------------

G8. Resolución de problemas. Identifica y plantea problemas para resolverlos con criterio y de forma efectiva, utilizando la lógica, los saberes adquiridos y herramientas organizadas adecuadamente. G11. Abstracción, análisis y síntesis. Delimita los elementos de un proyecto, diseño o problema para su análisis y posterior integración al todo.	E8. Identifica problemas en el área de la ingeniería eléctrica y busca su solución aplicando metodologías y técnicas propias de la investigación científica, divulgando los hallazgos con el interés de fortalecer la producción científica del país.
---	---

III. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y GENÉRICAS A DESARROLLAR

Al finalizar con éxito la unidad curricular el estudiante:

RA1. Aplica las operaciones entre escalares y vectores para resolver problemas de naturaleza física y geométrica.

RA2. Grafica una curva plana en forma paramétrica adoptando la técnica más apropiada.

RA3. Utiliza las derivadas e integrales de funciones vectoriales de una variable real para la resolución de problemas de ingeniería.

RA4. Aplica los conceptos y expresiones de gradiente, divergencia y rotacional para resolver problemas de ingeniería.

RA5. Aplica las técnicas de integración múltiple para resolver una situación propuesta, eligiendo el sistema de coordenadas más conveniente.

RA6. Aplica los números complejos y sus formas de representación, así como las operaciones entre ellos para resolver diferentes problemas de ingeniería eléctrica.

RA7. Aplica la diferenciación e integración compleja, así como la solución de series y transformada para resolver diferentes problemas de ingeniería eléctrica.

IV. CONTENIDOS

a. Contenidos Conceptuales, Procedimentales y Actitudinales

Resultados de Aprendizaje	Contenidos
---------------------------	------------

RA1.Aplica las operaciones entre escalares y entre vectores para resolver problemas de naturaleza física y geométrica.	Conceptuales: Definición de escalar y vector en R^2, R^3 y su Interpretación geométrica. Cantidades y campos escalares y vectoriales. Operaciones con vectores. Vector unitario. Descomposición de un vector según direcciones conocidas: Dos direcciones, tres direcciones. Representación canónica. Vectores fundamentales. Combinación lineal. Sistema de ecuaciones vectoriales. Producto escalar y producto vectorial. Aplicaciones geométricas Procedimentales: Analiza de manera intuitiva campos escalares y vectoriales del entorno. Reconoce y aplica correctamente los vectores, sus propiedades, las operaciones vectoriales y sus características. Identifica la manifestación de un vector en distintos contextos. Resuelve operaciones entre vectores. Explica el concepto de vectores y su aplicación. Resuelve situaciones problemas aplicadas a las propiedades y operaciones entre vectores. Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo.
	Determina gradientes, planos tangentes y valores extremos de una función. Resuelve problemas que involucran varias variables Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo. Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.

	Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.
RA2. Grafica una curva plana en forma paramétrica adoptando la técnica más apropiada.	Conceptuales: Curvas planas. Ecuaciones paramétricas de algunas curvas y su representación gráfica. Procedimentales: Analiza gráficas de curvas de funciones vectoriales en el espacio. Dar valores al parámetro t y grafica el conjunto de vectores de posición que obtiene. Determina los parámetros que definen una curva en el espacio. Representa gráficamente una curva plana definida por sus ecuaciones paramétricas. Representa gráficamente una curva plana definida por su ecuación polar. Calcula la longitud de una curva. Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo. Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.
RA3. Utiliza las derivadas e integrales de funciones vectoriales de una variable real para la resolución de problemas de ingeniería.	Conceptuales: Funciones vectoriales de una variable real. Derivación e integración de funciones vectoriales. Procedimentales: Reconocer una función vectorial en distintos contextos y manejarla como un vector. Analizar gráficas de curvas de funciones vectoriales en el espacio. Determinar los parámetros que definen una curva en el espacio. Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo. Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.

RA4.Aplica los conceptos y expresiones de gradiente, divergencia y rotacional para resolver problemas de ingeniería.	Conceptuales: Funciones de varias variables. Interpretación y aplicación de los operadores: gradiente, divergencia y rotacional Procedimentales: Analiza de manera formal campos escalares y vectoriales. Calcula derivadas parciales y direccionales.
RA5.Aplica las técnicas de integración múltiple para resolver una situación propuesta, eligiendo el sistema de coordenadas más conveniente.	Conceptuales: Integrales de líneas, superficie y volumen. Procedimentales: Plantea y resuelve integrales a partir de una situación propuesta, eligiendo el sistema de coordenadas más conveniente. Aplica las técnicas de integración múltiple al cálculo de áreas de figuras planas y volumen de sólidos limitados por superficies. Utiliza la integración para hallar áreas planas, volúmenes, áreas de superficies, momentos y centros de masa de funciones multivariantes. Aplica los conceptos en la solución de problemas de diferentes contextos del entorno. Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo. Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.

RA6. Aplica los números complejos y sus formas de representación, así como las operaciones entre ellos para resolver diferentes problemas de ingeniería eléctrica.	Conceptuales: <i>Números Complejos. Operaciones.</i> Procedimentales: Determina el conjugado, el módulo y argumento de un número complejo. Grafica un número complejo en la forma rectangular y su forma polar. Efectúa operaciones con complejos. Deduce las fórmulas de transformación entre diferentes formas de expresar números complejos. Expresa números complejos en sus formas; trigonométrica, fasorial y exponencial. Aplica la fórmula de Euler para convertir una exponencial compleja a la forma polar o a la rectangular. Aplica el teorema de De Moivre a la potenciación y radicación de números complejos. Calcula la raíz n-ésima de un número complejo Resuelve ecuaciones con números complejos.
	Grafica rectas en el plano complejo. Evalúa funciones de variable compleja. Determina las raíces reales o complejas de un polinomio. Actitudinales: Participa activamente en clase Desarrolla un espíritu crítico y constructivo. Muestra interés, disposición y autogestiona su aprendizaje. Reflexiona sobre la importancia de los temas.

RA7.Aplica la diferenciación e integración compleja, así como la solución de series y transformada para resolver diferentes problemas de ingeniería eléctrica.	Conceptuales: Diferenciación compleja. Integración compleja. Serie de Taylor y Laurent. Transformadas. Procedimentales: Determina la derivada de una función compleja Aplica la ecuación de Cauchy – Riemman Determina la integración de funciones compleja de línea Determina la conexión entre integrales reales y compleja Aplica los Teoremas de Jordan, Morera y Loiuville Realiza sucesiones y serie de funciones Determina la convergencia de las serie Aplica las series de Taylor y Laurent Aplica la transformada Z Actitudinales: Criterios de análisis y rigurosidad en el desarrollo de problemas. Criterios para el trabajo en equipo. Responsabilidad personal en la entrega de tareas y presentación de trabajos. Criterios para la búsqueda y análisis de información. Principios éticos en la vida universitaria y profesional.
--	--

b. Temario

UNIDAD/TEMA	CONTENIDO	TIEMPO (HORAS)
Tema 1. Escalares y Vectores	Definición de escalar y vector en R^2, R^3 y su Interpretación geométrica. Introducción a los campos escalares y vectoriales. Características de un vector. Igualdad de vectores, vectores fijos y vectores libres. Vectores proporcionales y vectores opuestos. Proyección de un vector en la dirección de otro. Componentes de un vector. Diferencias entre componentes y coordenadas. Características de un vector en función de sus coordenadas. Operaciones con vectores y sus propiedades: Vector de posición. Vectores en el plano y espacio. Suma de vectores gráficamente y según los componentes. Propiedades de la suma de vectores: Conmutativa, asociativa, elemento neutro, opuesto y unicidad. Producto vector y escalar.	10

UNIDAD/TEMA	CONTENIDO	TIEMPO (HORAS)
	Definición. Según componentes. Propiedades del producto vector escalar. Distribuido respecto a la suma de vectores y escalares, asociativo respecto al producto de escalares. Primer teorema de Proporcionalidad. Vector unitario. Descomposición de un vector según direcciones conocidas: Dos direcciones, tres direcciones. Representación canónica. Vectores fundamentales. Combinación lineal. Sistema de ecuaciones vectoriales. Producto escalar. Definición general según las componentes de los vectores. Propiedades. Aplicaciones geométricas: Angulo entre dos vectores. Teorema de perpendicularidad. Proyección ortogonal de un vector en la dirección de otro. Producto vectorial. Definición general según los componentes de los vectores. Propiedades. Aplicaciones geométricas: Área de un paralelogramo. Área de un triángulo. Segundo teorema de proporcionalidad. Producto mixto. Definición general según las componentes de los vectores. Propiedades. Aplicaciones geométricas: Volumen de un paralelepípedo. Teorema de coplanaridad.	
Tema 2. Curvas en R^2 y Ecuaciones Paramétricas.	Ecuación paramétrica de la línea recta. Curvas planas. Ecuaciones paramétricas de algunas curvas y su representación gráfica. Derivada de una función dada paramétricamente. Coordenadas polares. Representación gráfica de curvas planas en coordenadas polares.	8
Tema 3. Funciones Vectoriales de una Variable Real	Definición de función vectorial de una variable real. Representación gráfica de curvas en función del parámetro t . Derivación de funciones vectoriales y sus propiedades. Integración de funciones vectoriales. Longitud de arco. Vector tangente, normal y binormal. Curvatura. Aplicaciones.	5

Tema4. Operadores Vectoriales	Definición de una función de varias variables. Gráfica de una función de varias variables. Curvas y superficies de nivel. Derivadas parciales de funciones de varias variables y su interpretación geométrica. Derivada direccional. Incrementos, diferenciales y regla de la cadena. Derivación parcial implícita. El operador Nabla en coordenadas cartesianas. Gradiente: interpretación geométrica y física. Divergencia: interpretación geométrica y física. Rotacional: interpretación geométrica y física. Coordenadas curvilíneas generalizadas, cilíndricas y esféricas. Aplicaciones.	7
Tema 5. Cálculo Integral Vectorial	Integral de línea: Definición y ejercicios. Propiedades. Independencia de trayectorias. Integral cerrada. Integral de superficie en los diferentes sistemas coordenados. Integral de superficie: Definición y ejercicios. Aplicaciones a áreas y solución de problema. Integral doble en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Integral de volumen: Definición y ejercicios.	10

UNIDAD/TEMA	CONTENIDO	TIEMPO (HORAS)
	Aplicación de la integral triple en coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas. Teoremas de Stokes, Green-Riemman y Gauss.	
Tema 6. Números complejos.	Definición y origen de los números complejos. Partes real e imaginaria de un número complejo. El plano complejo. Terminología y notación. Álgebra compleja. Series complejas; círculo de convergencia. Funciones elementales de números complejos. Fórmulas de Euler. Potencias y raíces de números complejos. Teorema de DeMoivre, Funciones exponenciales y trigonométricas. Funciones hiperbólicas. Logaritmos. Potencias y raíces complejas. Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas. Aplicaciones.	10
Tema 7. Variable compleja	Diferenciación compleja y las ecuaciones de Cauchy – Riemann. Integración compleja y Teorema de Cauchy, integrales complejas de línea, conexión entre integrales real y compleja en línea, Teorema de Jordan, Teorema de Morera, Liouville. Sucesiones de Funciones, Serie de funciones, convergencia, Series infinitas, series de Taylor y serie de Laurent. Transformada Z.	10

V. REQUERIMIENTOS

Al iniciar las actividades de aprendizaje de la unidad curricular, por sus saberes aprendidos con anterioridad, el estudiante:

- Emplea las funciones trigonométricas.
- Analiza y resuelve problemas que requieran de cálculo diferencial, integral y operaciones de álgebra lineal.
- Obtiene un modelo matemático de un enunciado. □ Utiliza software matemático.

VI. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

Se utiliza una metodología de aprendizaje grupal inductiva-deductiva que requiere de la participación activa y constante de los estudiantes en la búsqueda, lectura y análisis de la información que facilite la integración de los aspectos teórico-prácticos así como el análisis y solución de problemas de la unidad curricular.

ACTIVIDAD	TÉCNICAS
-----------	----------

Clases de Teoría	Se impartirán en el aula, siendo la presencia del alumno necesaria para un aprendizaje adecuado y una formación óptima. La metodología se basa en clase expositiva centrada en el estudiante, con discusión socializada. Para el aprendizaje de las leyes se utilizará lógica inductiva, invitando al estudiante mediante razonamiento analógico, a que construya una estructura formal de carácter universal que sirva como principio para la solución de muchos problemas.
Clases de Problemas	Estas clases se intercalarán en el desarrollo de la unidad curricular de la forma más conveniente para el aprendizaje, no habrá días previamente asignados para ello. La metodología se fundamenta en el trabajo colaborativo para la resolución de problemas. El estudiante utilizará lógica deductiva, con la cual a partir de principios y leyes fundamentales puede solucionar teórica y experimentalmente problemas relacionados con el estudio de las propiedades más relevantes del campo electromagnético.
Tutorías	Atención personalizada al alumno, presencial y a distancia. Son opcionales y recomendables para el aprendizaje de los alumnos que cursan regularmente la unidad curricular y asistan a las clases.
Prácticas	En equipo o individualmente, los estudiantes realizarán: problemas experimento, trabajos escritos y prácticos, diseño y elaboración de programas con computador para la solución de problemas, diseño y/o construcción de prototipos para experimentos de carácter didáctico.

VII. SISTEMA DE EVALUACIÓN

Tema	Criterio de Evaluación	Resultado de Aprendizaje	Evidencias de Aprendizaje
1	Analiza de manera intuitiva campos escalares y vectoriales del entorno. Identifica la manifestación de un vector en distintos contextos. Resuelve con destreza operaciones entre vectores. Determina ecuaciones de rectas y planos dados, así como asociar gráficas de planos y rectas a ecuaciones dadas. Explica el concepto de vectores y su aplicación. Resuelve situaciones problemas aplicadas a las propiedades y operaciones entre vectores. Encuentra ecuaciones de rectas y planos en el espacio bajo ciertas condiciones de contorno.	RA 1	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita.

2	Analiza gráficas de curvas de funciones vectoriales en el espacio. Determina los parámetros que definen una curva en el espacio. Representa gráficamente una curva plana definida por sus ecuaciones paramétricas. Representa gráficamente una curva plana definida por su ecuación polar. Calcula la longitud de una curva.	RA 2	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita.
3	Reconoce una función vectorial en distintos contextos y manejarla como un vector. Analiza gráficas de curvas de funciones vectoriales en el espacio.	RA3	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos

	Aplica los Teoremas de Jordan, Morera y Loiuville en la integración de funciones Realiza sucesiones y serie de funciones Determina la convergencia de las serie para la determinación de la solución de problemas Aplica las series de Taylor y Laurent en la solución de problemas Aplica la transformada Z para la simplificación de espacios.		
--	---	--	--

VIII. RECURSOS

Recursos didácticos: computador portátil, video beam, pizarrón, marcadores.

Recursos de infraestructura: aula con facilidades para la proyección y trabajo grupal.

	Determinar los parámetros que definen una curva en el espacio.		aprendidos en el tema. Prueba escrita.
4	Analiza de manera formal campos escalares y vectoriales. Calcula derivadas parciales y direccionales, determinar gradientes, planos tangentes y valores extremos de una función. Resuelve problemas que involucran varias variables.	RA 4	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita.
5	Plantea y resuelve integrales a partir de una situación propuesta, eligiendo el sistema de coordenadas más conveniente. Aplica las técnicas de integración múltiple al cálculo de áreas de figuras planas y volumen de sólidos limitados por superficies. Utiliza la integración para hallar áreas planas, volúmenes, áreas de superficies, momentos y centros de masa de funciones multivariantes. Aplica los conceptos en la solución de problemas de diferentes contextos del entorno.	RA 5	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita.
6	Grafica un número complejo en la forma rectangular y su forma polar. Deduca las fórmulas de transformación entre diferentes formas de expresar números complejos. Aplica la fórmula de Euler para convertir una exponencial compleja a la forma polar o a la rectangular. Realiza operaciones de suma, multiplicación y división con complejos representados en sus diferentes formas. Aplica el teorema de DeMoivre a la potenciación y radicación de números complejos. Resuelve ecuaciones polinómicas con raíces complejas. Resuelve problemas de aplicación en ingeniería que involucren el uso de los números complejos.	RA6	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita.

IX. FUENTES DE INFORMACIÓN

Básicas

Thomas (2010), *Cálculo de Varias Variables* (12ªed), Editorial PEARSON WEIR HASS, México

Murray R. Spiegel, *Variable compleja*, Serie Schaum, Editorial McGraw Hill, México.

7	Determina de manera intuitiva la derivada de una función compleja Aplica la ecuación de Cauchy – Riemman en la diferenciación de las funciones Determina de manera intuitiva la integración de funciones compleja de línea Determina la conexión entre integrales reales y compleja	RA7	Resuelve los ejercicios asignados. Mapa conceptual sobre conceptos aprendidos en el tema. Prueba escrita
---	--	-----	---

Complementarias

Kemmer N.(2002), *Análisis Vectorial: Matemáticas de los campos tridimensionales para físicos*.Reverté.

Larson y Edwards (2010), *Cálculo*. 9ª edición, McGraw Hill, México.

Marsden J. E. & Tromba A. J. (2004). *Cálculo vectorial*, 5ª. edición, Addison-Wesley Iberoamericana.

Stewart J. (2008),*Cálculo de Varias Variables (6ªed)*, Editorial CengageLearning, México Spiegel

M.(2011), *Análisis Vectorial*, Mc Graw Hill, México.

Swokowsky E. (1989). *Cálculo con geometría analítica*, 2ª. edición, Grupo Editorial Iberoamérica,

México. **Sitios web** <http://edumatth.weebly.com/caacutelculo-multivariado.html>

http://matemaguia.blogspot.com/p/calculomultivariado_23.html

w.w.w.unal.edu.co/cursos/ciencias.

Books.google.com/problemas_resueltos_decalculo_envaria_html

w.w.w.ask.com/calculo+varias+variables.

<http://ocw.mit.edu/courses/mathematics>