



CÁLCULO 12

1. IDENTIFICACIÓN

Ubicación: 1er trimestre

Prelación: Ninguna

T P L C: 3 1 0 3

Condición: Obligatoria

Departamento: Escuela Básica

Área Curricular de Formación: Todos.

Nivel de Formación: Básico.

2. JUSTIFICACIÓN

El propósito de esta materia es la iniciación al Cálculo Diferencial. Para ello se requiere que el estudiante adquiera un conocimiento profundo de la topología de la recta real y de la teoría de funciones de una variable real.

3. OBJETIVOS

Preparar al estudiante en el área del Cálculo Diferencial.

4. CONTENIDO PROGRAMÁTICO

UNIDAD 1. FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE REAL

- Tema 1. Definición de función.
Notación. Definición de imagen y pre-imagen. Formas de definir funciones. Definición de gráfico de una función. Definición de función inyectivas, sobreyectivas y biyectivas (uno-uno). Definición de función inversa, propiedades.
- Tema 2. Tipos de funciones: Algebraicas (función racional entera o polinomio, función racional fraccionaria, función irracional), Trascendentes (función exponencial, logarítmica, trigonométrica, hiperbólicas).



Tema 3. Operaciones con funciones. Álgebra de funciones. Composición de funciones. Recíproca de una función. Traslación y reflexión de una función sobre los ejes coordenados.

UNIDAD 2. LÍMITES Y CONTINUIDAD

Tema 1. Concepto de límite finito en un punto. Límites laterales. Propiedades de los límites de las funciones. Límite de las funciones elementales: radical, exponencial, logarítmica, trigonométrica (seno y coseno), inversas trigonométrica y potenciales. Continuidad en un punto. Álgebra de límites. Límites de funciones definidas por partes. Teoremas fundamentales: unicidad, función acotada y función intermedia. Demostración del límite de $\sin x/x$ cuando $x \rightarrow 0$.

Tema 2. Límites infinitos en un punto. Límites al infinito. Propiedades de los límites en el infinito. Límites al infinito de las funciones potenciales, radicales, exponenciales y logarítmicas, y de la función arcotangente.

Tema 3. Clasificación de los puntos de discontinuidad de una función. Continuidad en intervalos. Valores intermedios de las funciones continuas. Continuidad de las funciones elementales. Límite y continuidad de la composición de funciones.

Tema 4. El número e. Indeterminaciones: resolución algebraica y por comparación de las magnitudes infinitesimales.

UNIDAD 3. DERIVADA Y DIFERENCIAL

Tema 1. Concepto de derivada. Derivada en un punto y función derivada. Derivada laterales. Interpretación geométrica de las distintas situaciones de derivada en un punto. Diferencial de una función. Sentido geométrico de la derivada y de la diferencial. Sentido físico de la derivada y de la diferencial. Relación entre funciones derivables y funciones continuas. Funciones crecientes y decrecientes y signo de la derivada en dicho punto.

Tema 2. Derivadas de sumas, diferencias, productos y cocientes. Derivada de la función inversa. Derivada y diferencial de una función compuesta. Derivabilidad de las



principales funciones elementales. Recta Tangente y Recta Normal. Derivadas en coordenadas polares y paramétricas. Derivadas de orden superior.

UNIDAD 4. CÁLCULO DE INTEGRALES INDEFINIDAS

Tema 1. Concepto de Integral Indefinida. Propiedades. Las Integrales Inmediatas. Descomposición en fracciones simples.

UNIDAD 5. INTEGRALES DEFINIDAS E IMPROPIAS

Tema 2. Métodos clásicos de integración: por descomposición, por partes, por cambio de variable. Integración de funciones racionales. Integración de algunas funciones trascendentes:

$$\int R(\sin x) \cos x dx \quad \int R(\cos x) \sin x dx \quad \int R(\tan x) dx$$
$$\int R(\sin x \cos x) dx \quad \int \sin^n x \cos^n x dx \quad \int R(\log_a x) \frac{dx}{x} \quad \int R(a^{bx}) dx$$

Tema 1. Integración de algunas funciones irracionales:

$$\int R(x, (ax + b)^{1/n}) dx \quad \int R(ax^2 + bx + c)^{1/2} dx$$

UNIDAD 6. FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES. LÍMITES Y CONTINUIDAD.

Tema 1. Concepto de función real de dos variables y la gráfica del dominio, funciones de varias variables.

Tema 2. Límites en un punto (ordinarios, direccionales y a lo largo de una curva). Propiedades de los límites y cálculo de límites. Continuidad de puntos interiores y en conjuntos abiertos. Signos de una función continua. Continuidad de sumas, diferencias, productos, cocientes y funciones compuestas.

UNIDAD 7. DERIVADAS PARCIALES Y DIFERENCIALES DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

Tema 3. Concepto de derivada parcial y derivada direccional en un punto. Relación entre derivabilidad y continuidad. Funciones derivadas parciales de primer orden y las derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz. Concepto de función diferenciable en un punto. La continuidad de las derivadas parciales de primer orden garantiza la diferenciabilidad y continuidad.



Tema 4. Relación entre la diferenciabilidad y la derivabilidad en todas las direcciones: expresión de cualquier derivada direccional en función de las derivadas parciales, el vector gradiente en un punto y expresión de la diferencial como producto escalar. Interpretación geométrica del vector gradiente. El vector normal y el plano tangente a la gráfica en un punto de diferenciabilidad de la función.

Tema 5. Interpretación geométrica del vector gradiente. El vector normal y el plano tangente a la gráfica en un punto de diferenciabilidad de la función. Interpretación geométrica de la diferencial en dicho punto. Cálculo aproximado por uso de diferenciales con funciones de dos o mas variables. Aplicación de los diferenciales al cálculo de errores.

5. METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Clases Magistrales.

Clases de Problemas.

Clases de resolución de ejercicios por los estudiantes.

6. RECURSOS

Aulas adecuadamente acondicionadas y sin ruidos molestos.

Tiza y buenos pizarrones.

Existencia de bibliografía recomendada en la Biblioteca de la Facultad.

7. EVALUACIÓN

Serán evaluados los siguientes aspectos:

- Asistencia
- Participación en clase
- Evaluación del conocimiento teórico-práctico a través de pruebas parciales escritas

8. BIBLIOGRAFÍA

Demidovich, B. Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático. Editorial MIR, Moscú.



Flórez, J. y Flórez, I. Cálculo Diferencial e Integral en una Variable. Consejo de Publicaciones.
Universidad de Los Andes.

Forgiarini de G., A. y Ramírez de G., M. Apuntes de Cálculo 10. USTEFI.

Kudriavtsev, L. Curso de Análisis Matemático. Editorial MIR, Moscú. 1984.

Leithold, L. El Cálculo con Geometría Analítica. Harla S.A.

Piskunov, N. Cálculo diferencial e integral.

Purcell E. y Varberg, D. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Prentice-Hall.

Salas y Hill. Calculus. Editorial Reverté S.A.

Thomas y Finney. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana (Vol. I y II).